



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

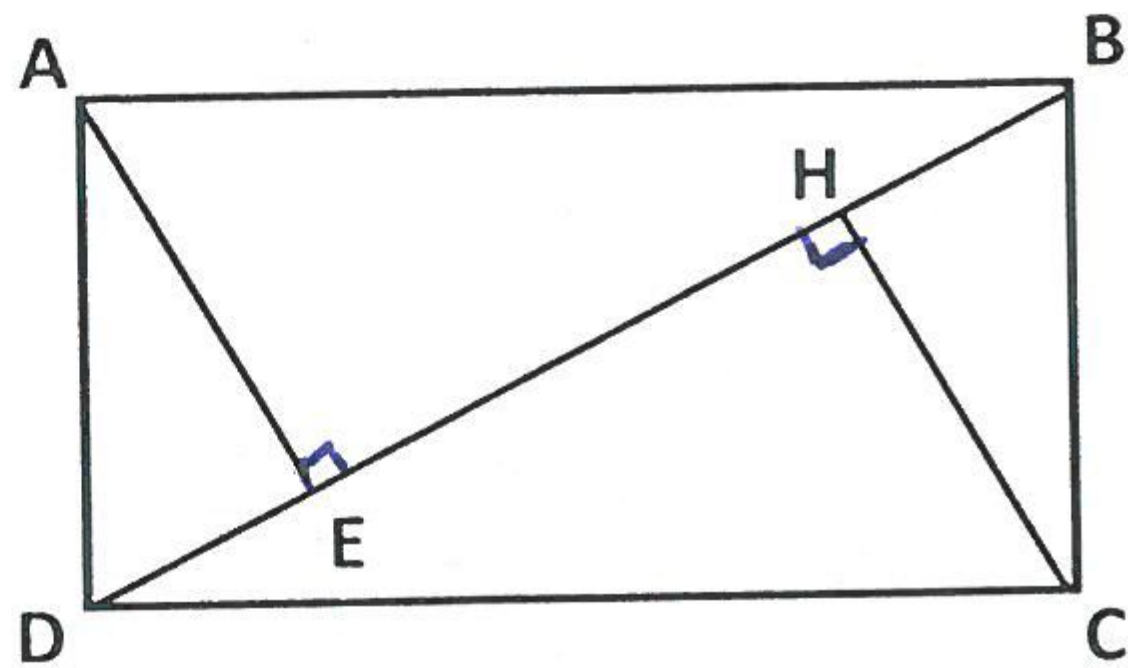
ساعت امتحان ۱۰:۳۰ صبح
وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۲۱ / ۳ / ۱۳۹۸
تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ش سندلی (ش داوطلب): دبیرستان هاتف (دوره دوم)
نام و نام خانوادگی: پایه: دهم
سؤال امتحان درس: هندسه نام دبیر: جناب آقای کریمی
نوبت امتحانی: خرداد ماه رشته: ریاضی
سال تحصیلی: ۹۷-۹۸

۱- نحوه رسم یک مثلث قائم الزاویه که وتر آن برابر ۱۴ و یک میانه آن برابر ۹ است را به وسیله خط کش و پرگار بیان کنید.

۲- حدود x را به گونه ای بیابید که اندازه های دو میانه مثلث ABC برابر $BM = 6 + 3x$ و $CN = 9x$ و اندازه ضلع $BC = 13 - x$ باشد.

۳- در هر دوزنقه ثابت کنید پاره خطی که اواسط قطرهای آن را به هم وصل می کند، موازی قاعده ها و مساوی نصف تفاضل دو قاعده است.



۴- در مستطیل شکل مقابل $AB = 12$ و $AD = 9$ است. طول پاره خط HE را بدست آورید.

۵- ثابت کنید اگر قطرهای دوزنقه ای برابر باشند، آن دوزنقه متساوی الساقین است.
(رسم شکل و نوشتن فرض و حکم الزامی است)

۶- در دوزنقه $ABCD$ ($AB \parallel DC$) قطرهای را رسم کرده ایم. اگر $S_{ABD} = 12$ و $S_{BCD} = 36$ باشد، مساحت مثلث AOB را بیابید.

۷- تعداد نقاط مرزی یک شکل شبکه ای ۶ برابر تعداد نقاط درونی آن است. اگر مساحت این شکل برابر ۳۵ واحد باشد، تعداد نقاط درونی آن را بیابید.

۸- نقطه O محل برخورد میانه های مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) است. نسبت مساحت مستطیل $ADOE$ را به مساحت مثلث ABC بدست آورید.

۹- درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید:

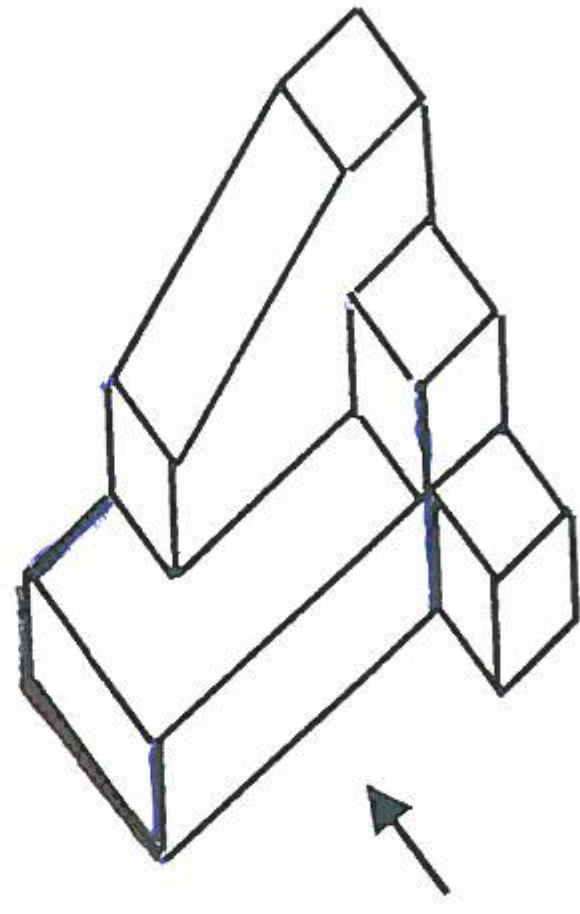
- (الف) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.
(ب) دو خط موازی با یک صفحه با هم موازی اند.
(پ) دو صفحه عمود بر یک صفحه با هم موازی اند.
(ت) اگر خطی بر یک صفحه عمود باشد، بر تمام خط های آن صفحه عمود است.
(ث) اگر صفحه ای با یکی از دو خط موازی متقاطع باشد، با خط دیگر هم متقاطع است.
(ج) اگر خطی بر یک خط از صفحه ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

پاسخنامه سفید داده شود.

پاسخ سوالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخنامه سفید ندارد.

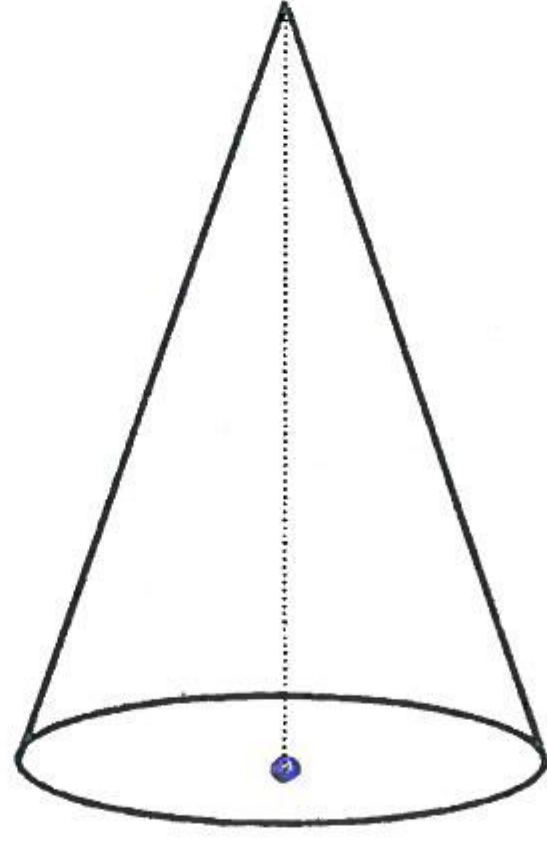
۱,۵

۱۰- نمای روبه رو، نمای راست و نمای چپ شکل مقابل را رسم کنید.



۱,۵

۱۱- صفحه ای موازی قاعده مخروط، گذرنده از وسط محور آن، و صفحه دیگری گذرنده از محور مخروط آن را قطع کرده اند. اگر مساحت سطح مقطع های حاصل به ترتیب 4π و 48 باشد، حجم این مخروط را بیابید.

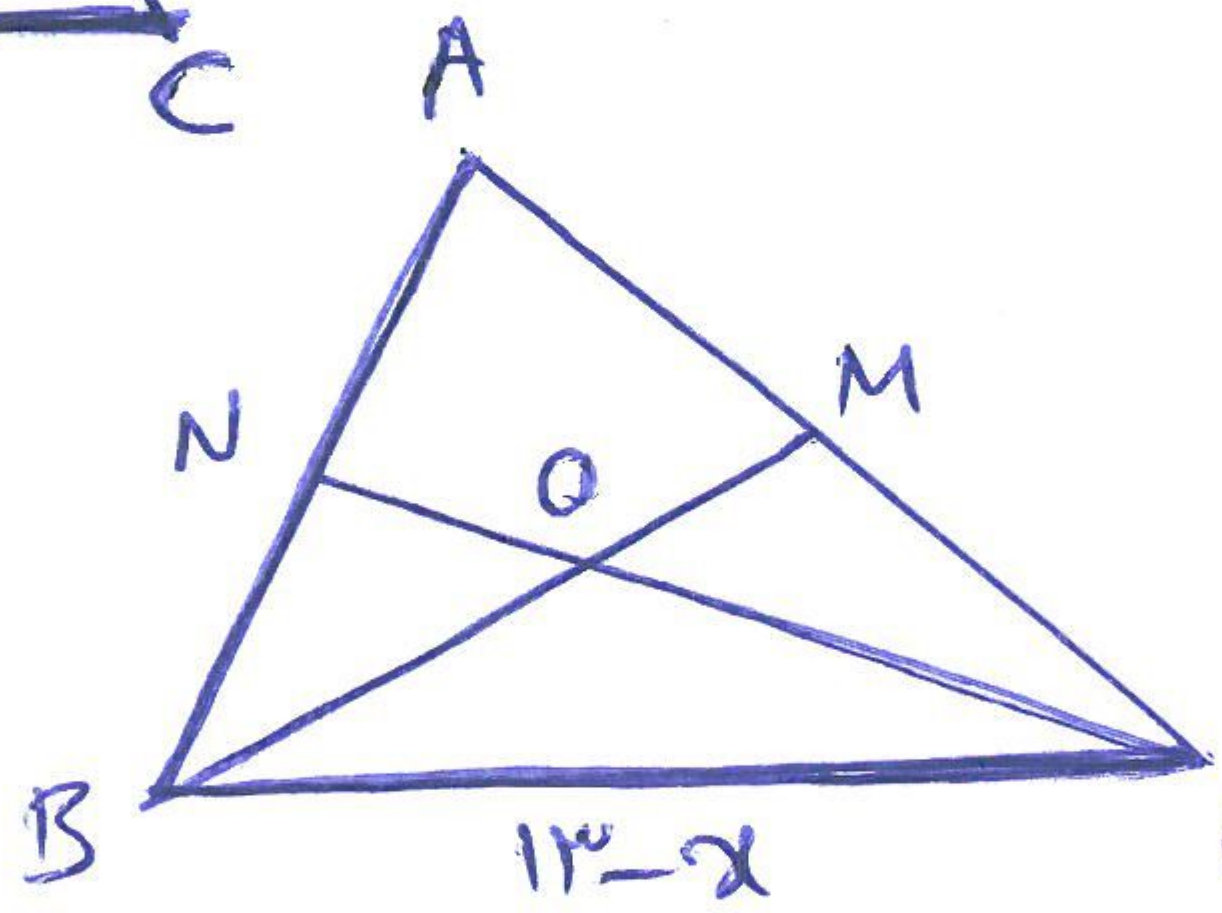
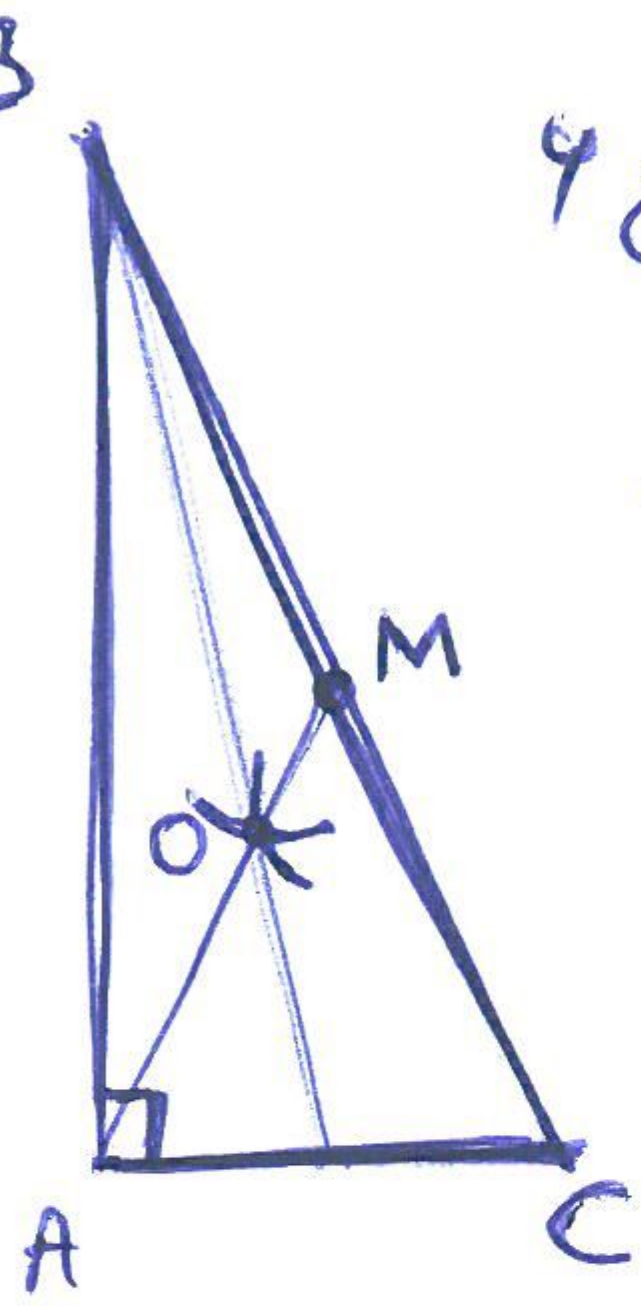


۱,۵

۱۲- مثلث به اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ را حول ضلع متوسط آن دوران می‌دهیم. حجم حاصل را محاسبه کنید.

موفق باشید

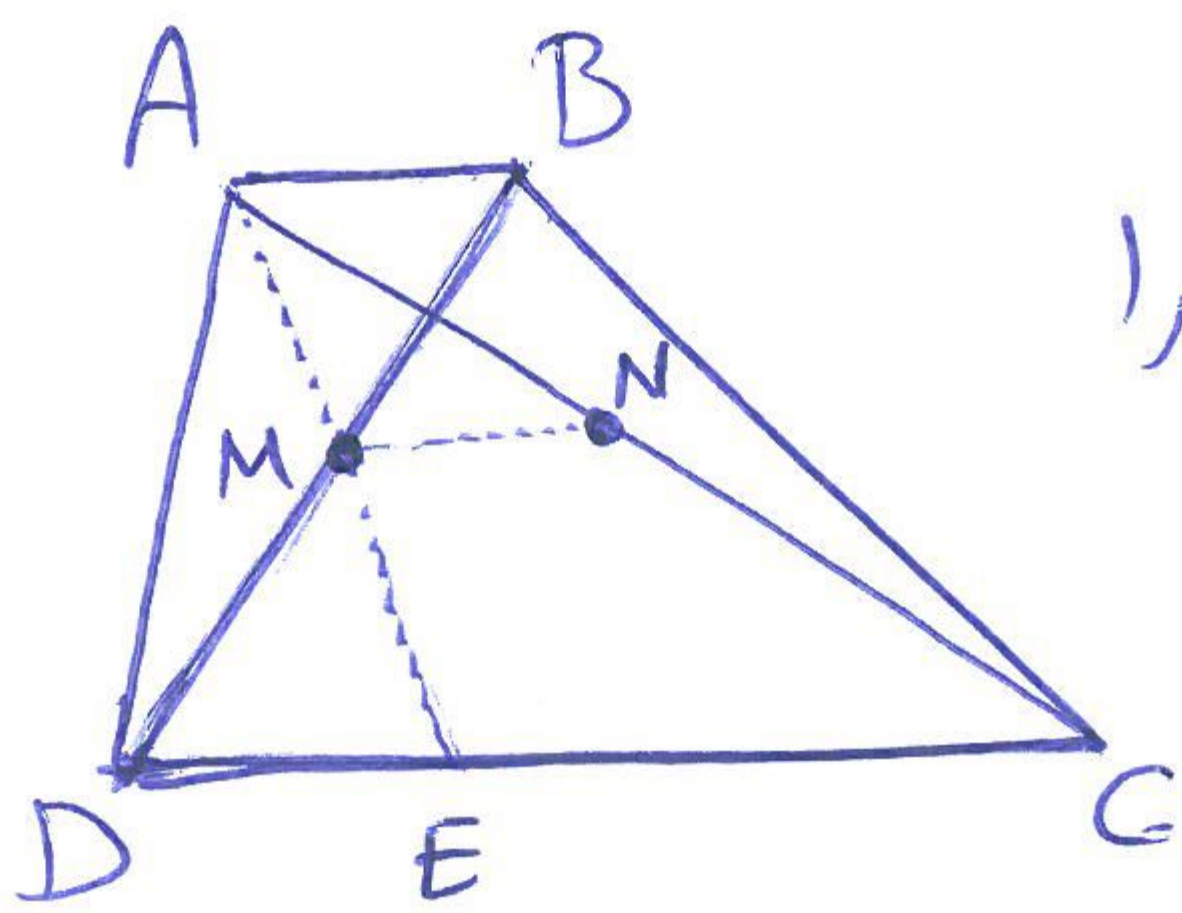
۱- ابتدا پاره خط BM را برابر 7 رسم می‌کنیم، سپس دو کمان یکی به مرکز B و شعاع 4 و دیگری به مرکز M و شعاع $\frac{7}{3}$ می‌زنیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. پاره خط MO را به اندازه $\frac{14}{3}$ ادامه دادیم تا به نقطه A برسیم. A را به B و C وصل می‌کنیم.



$$BO = \frac{2}{3}(4 + 3x) = 4 + 2x$$

$$CO = \frac{2}{3}(9x) = 6x$$

$$\begin{cases} \triangle BOC: 13 - x < 4 + 2x + 6x \rightarrow x < 1 \\ 4 + 2x < 13 - x + 6x \rightarrow -3 < x \\ 6x < 13 - x + 4 + 2x \rightarrow x < \frac{14}{5} \end{cases} \Rightarrow 1 < x < \frac{14}{5}$$



۳- A را به M و N وصل کردیم و داریم دو قسم DC را در نقطه E قطع کند.

$$\triangle ABM \cong \triangle DME \Rightarrow AM = ME, AB = DE$$

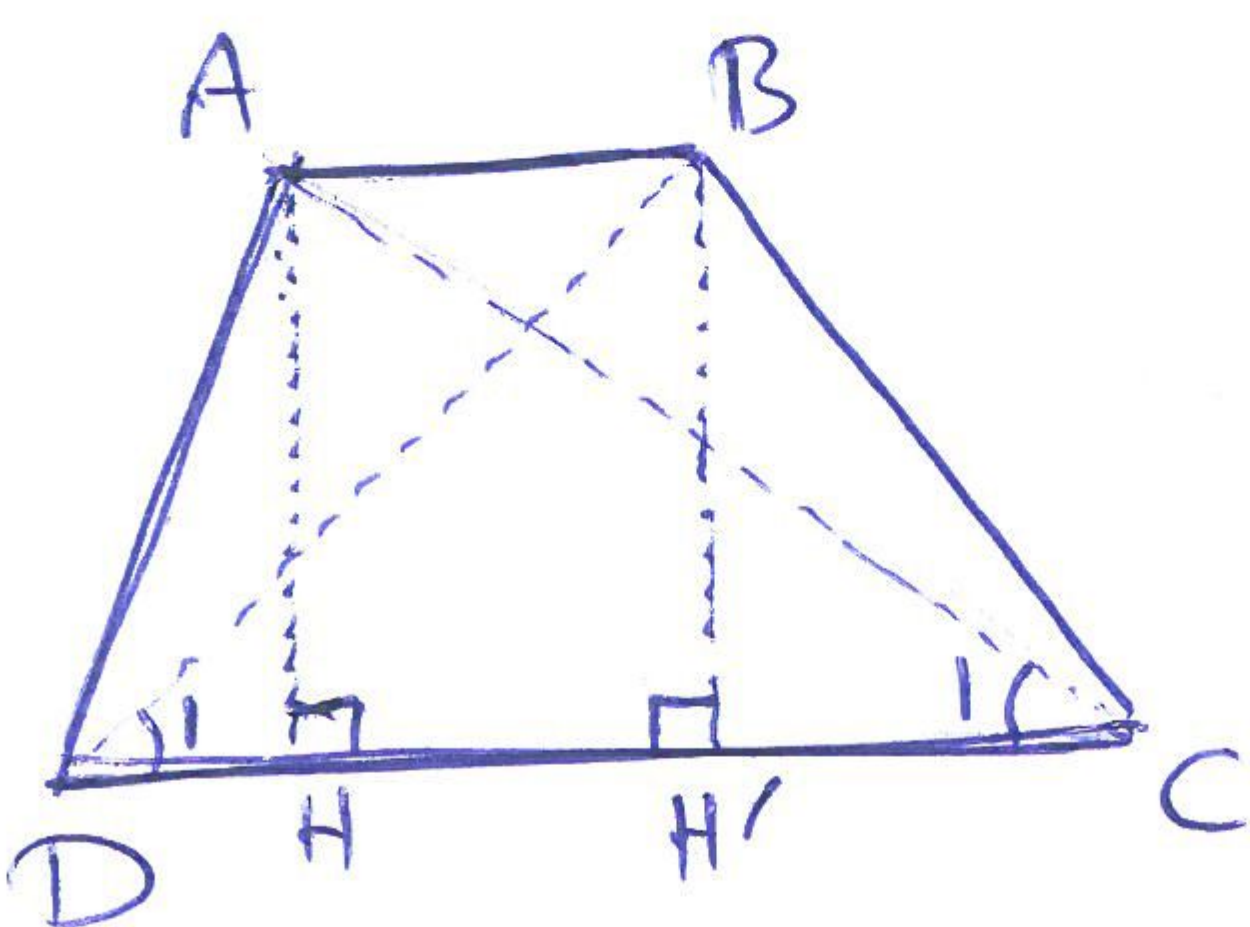
پس پاره خط MN میان خط AE است. پس:

$$MN \parallel EC, MN = \frac{EC}{2} = \frac{DC - DE}{2} = \frac{DC - AB}{2}$$

$$\triangle ABD: AB^2 = BE \cdot BD \rightarrow 12^2 = BE \cdot 15 \rightarrow BE = \frac{144}{15} = 9,6$$

$$\triangle BCD: BC^2 = BH \cdot BD \rightarrow 9^2 = BH \cdot 15 \rightarrow BH = \frac{81}{15} = 5,4$$

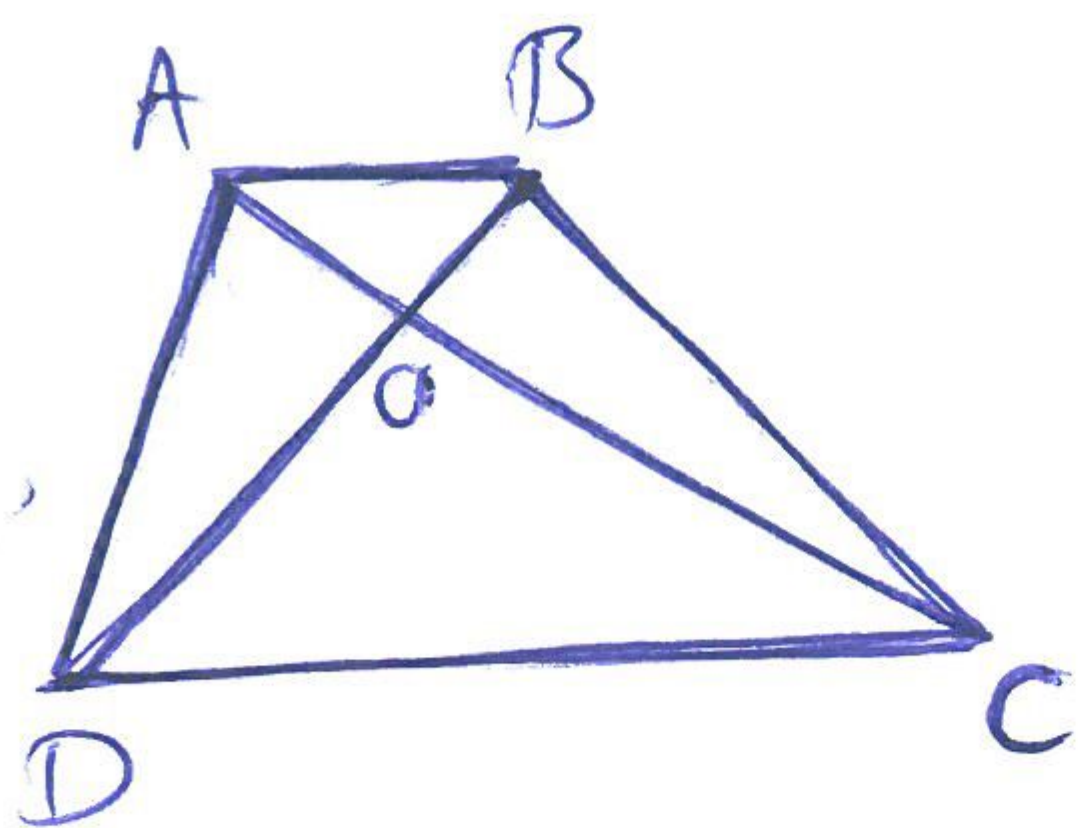
$$HE = 9,6 - 5,4 = 4,2$$



$$\begin{array}{l} \text{فرض} \\ \hline AB \parallel DC, AC = BD \\ \hline \text{نم} \\ \hline AD = BC \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AHC \cong \triangle B'I'D \Rightarrow CI = D'I' \\ AC = BD \\ DC = DC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACD \cong \triangle B'DC$$

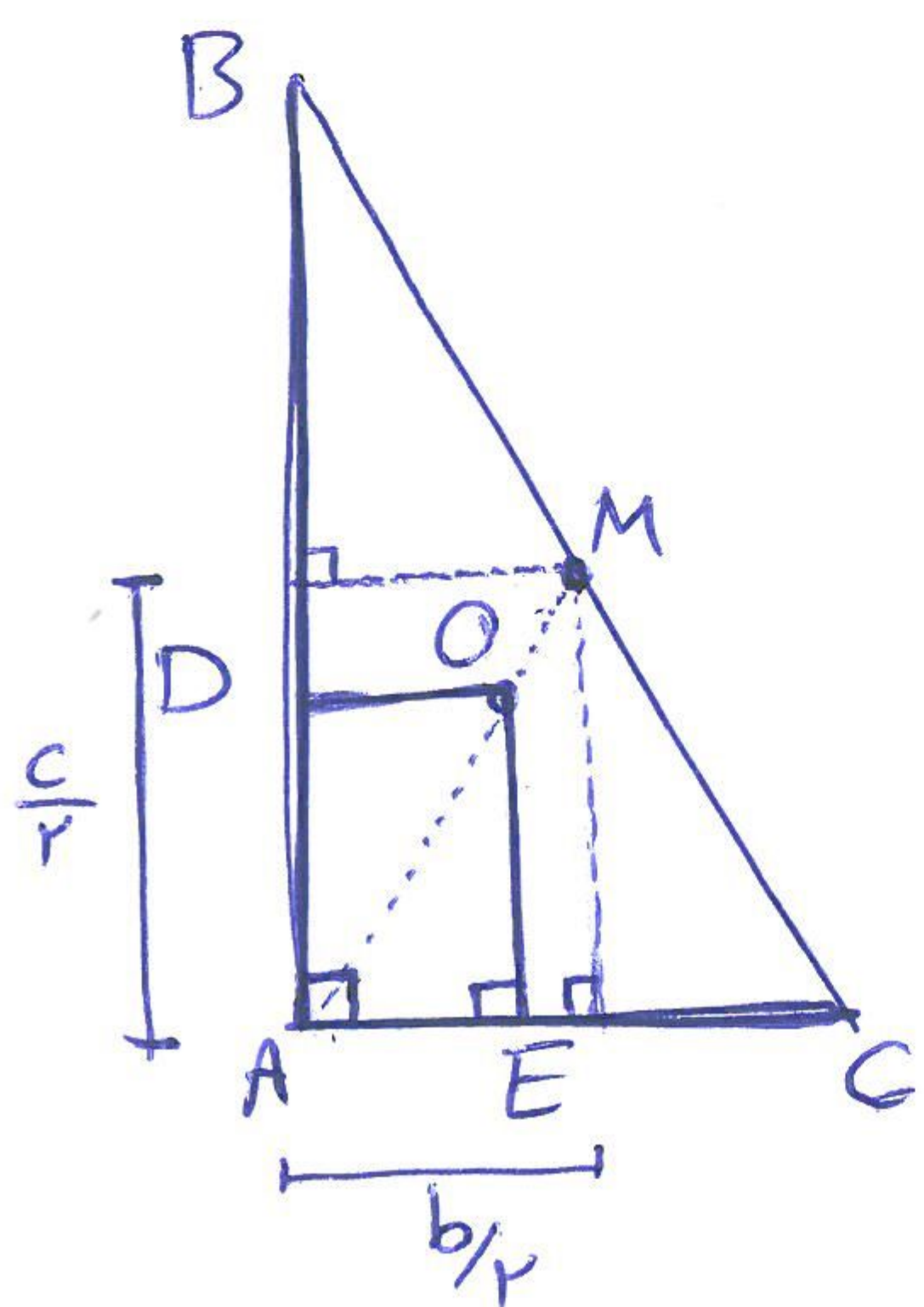
$$\Rightarrow AD = BC$$



$$\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{BO}{OD} = \frac{1}{3} \quad -4$$

$$\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{AOB} = \frac{1}{4} \times 12 = 3$$

$$\left. \begin{aligned} b &= 4i \\ r &= \frac{b}{r} + i - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r &= \frac{4i}{r} + i - 1 \Rightarrow i = 9 \quad -5$$

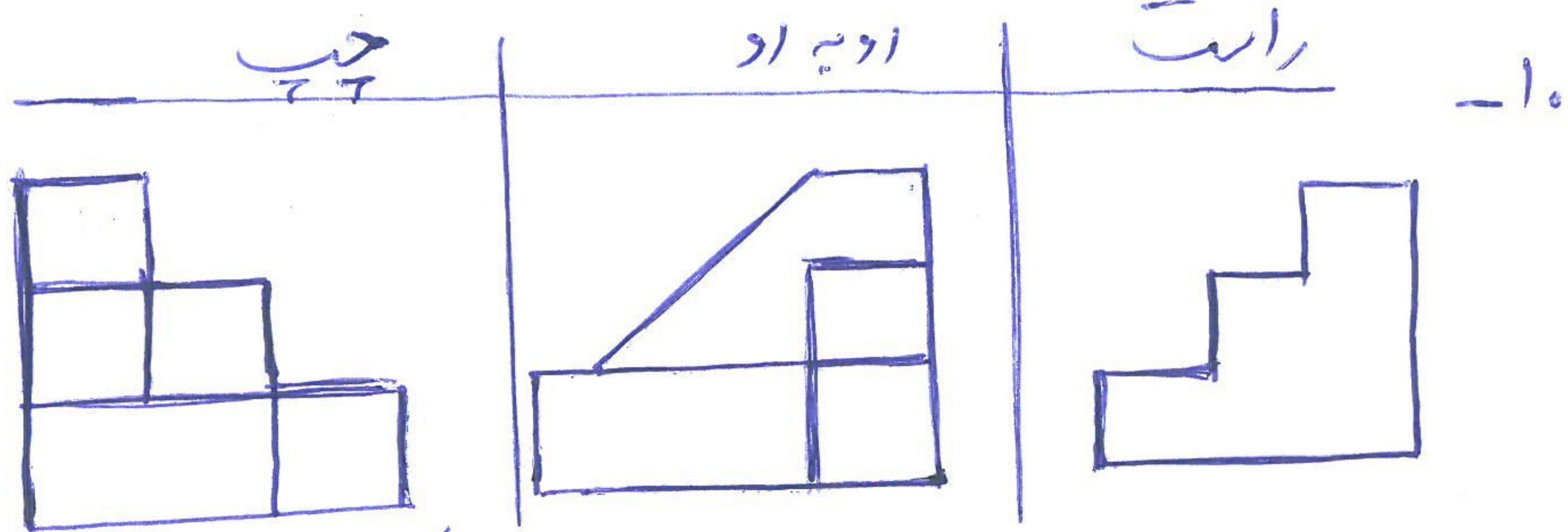


$$\frac{AE}{b/r} = \frac{AO}{AM} = \frac{r}{r} \rightarrow AE = \frac{b}{r}$$

$$\frac{AD}{c/r} = \frac{AO}{AM} = \frac{r}{r} \rightarrow AD = \frac{c}{r}$$

$$\frac{S_{ADOE}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{b}{r} \times \frac{c}{r}}{\frac{1}{2}bc} = \frac{r}{9} \quad -6$$

9- الف) ندرت ب) ندرت پ) ندرت ت) ندرت ث) ندرت ج) ندرت



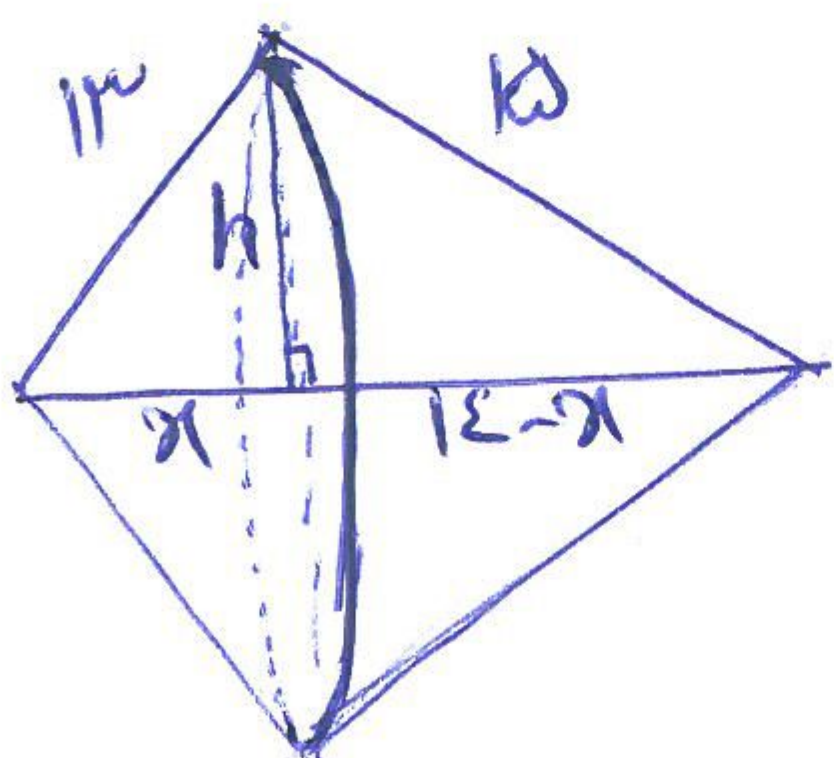
11- شعاع قاعده را r و ارتفاع را h در نظر بگیرید.

$$\pi \left(\frac{r}{r}\right)^2 = \varepsilon \pi \rightarrow r = \varepsilon$$

$$\frac{1}{r} (r^2) h = \varepsilon \lambda \rightarrow h = 12$$

$$V_{\text{مجموعه}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (\varepsilon)^2 \times 12 = 4\varepsilon \pi$$

$$\left. \begin{aligned} 10^2 &= h^2 + (12-x)^2 \\ 13^2 &= h^2 + x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5, h = 12 \quad -12$$



$$V_{\text{مجموعه}} = \frac{1}{3} \pi (12)^2 \times [5 + 9] = 472 \pi$$